1. Rappels de relativié restreinte et de mécanique quantique

1. Quelles sont les propriétés d'invariance par rapport aux opérations $\mathcal{C}$, $\mathcal{P}$, $\mathcal{T}$ des champs suivants: $\vec{A}$, $\vec{B}$, $\vec{E}$, ρ, V, $\vec{J}$?

2. Exprimer la longueur d'onde de Compton, le rayon de Bohr de l'hydrogène, et la vitesse de l'électron dans l'état fondamental de H en unités naturelles.

3. En introduisant la constante de gravitation universelle, trouver l'échelle de masse à laquelle les effets gravitationnels deviennent non négligeables. Quelle est la taille d'un micro trou noir?

4. Ecrire la transformation de Lorentz générale, pour une vitesse de composantes (v_x, v_y, v_z).

5. Montrer que $(\frac{d}{dt}, \frac{d}{dx}, \frac{d}{dy}, \frac{d}{dz})$ est covariant.

6. Ecrire les équations de Schödinger et de Klein-Gordon en unités naturelles, et restaurer les facteurs de c et de $\hbar$.

7. Etablir la forme de T_{fi} au deuxième ordre dans le cas de l'équation de Klein-Gordon.

8. Montrer que le nombre d'états finaux pour une particule confinée dans une boite de dimensions $L \times L \times L$, et d'impulsion selon x contenue dans $[p_x, p_x + dp_x]$ est $\frac{L}{2\pi} dp_x$.

9. Donner la loi de transformation de T_{fi} et V_{fi} sous l'action d'un boost.

10. Réécrire les diagrammes de la théorie des perturbations ordonnée dans le temps en terme de diagrammes de Feynman dans le cas de la diffusion électron électron.

2. Sections efficaces et équation de Klein-Gordon

1. Dans le système du centre de masse du processus $AB \to CD$, montrer que

$$dQ = \frac{1}{4\pi^2}\frac{p_f}{4\sqrt{s}}d\Omega$$

$$F = 4p_i\sqrt{s}$$

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{64\pi^2 s}\frac{p_f}{p_i}|\mathcal{M}|^2$$

avec $s = (E_A + E_B)^2$, $|p_A| = |p_B| = p_i$, $|p_C| = |p_D| = p_f$.

2. Montrer qu'à hautes énergies, pour des particules e et μ sans spin, on obtient:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{\alpha^2}{4s}[\frac{3+\cos\theta}{1-\cos\theta}]^2$$

où θ est l'angle de diffusion dans le système du centre de masse.

3. Montrer que $s + t + u = \sum m_j^2$.

4. Dans le cas de la diffusion élastique électron-positron, montrer que:

$$s = 4(k^2 + m^2)$$

$$t = -2k^2(1 - \cos\theta)$$

$$u = -2k^2(1 + \cos\theta)$$

où k et θ sont l'impulsion et l'angle de diffusion dans le système du centre de masse. Montrer que la région physique est: $s \geq 4m^2$, $t \leq 0$, $u \leq 0$.

5. Dans le cas de la diffusion élastique e(masse m) μ(masse M), montrer que la région physique est limitée par:

$$t = 0$$

$$su = (M^2 - m^2)^2$$

Représenter cette région dans un diagramme de Mandelstam.

3. L'équation de Dirac

1. Quelles sont les transformations qui permettent de passer d'une représentation de l'algèbre de Dirac à une autre? Montrer que les représentation de Pauli-Dirac et de Weyl sont équivalentes.

2. Démontrer les relations suivantes, en représentation de Pauli-Dirac:
$-(C\gamma^0)\gamma^{\mu *} = \gamma^\mu(C\gamma^0)$; $C^{-1}\gamma^\mu C = (-\gamma^\mu)^T$; $C = -C^{-1} = -C^\dagger = -C^T$; $\bar{\psi}_C = -\psi^T C^{-1}$

3. Montrer que

$$\bar{u}^{(s)}u^{(s)} = -\bar{v}^{(s)}v^{(s)} = 2m$$

et que

$$\sum_s u^{(s)}\bar{u}^{(s)} = p\cdot\gamma + m$$

$$\sum_s v^{(s)}\bar{v}^{(s)} = p\cdot\gamma - m$$

4. Montrer que le couplage $\bar{u}_f\gamma_\mu u_i$ a une partie électrique (proportionnelle à e) et une partie magnétique (proportionnelle à $\vec{\mu}$).

4. Sections efficaces en électrodynamique quantique

1. Calculer la section efficace non polarisée pour la diffusion de Bhabba ($e^-e^+ \to e^-e^+$) dans la limite relativiste et la limite non relativiste.
2. Calculer et comparer les amplitudes et les sections efficaces pour les processus suivants: $e^-\mu^-$ élastique, $e^+e^- \to \mu^+\mu^-$, $e^+\mu^+$ élastique, $\mu^+\mu^- \to e^+e^-$.
3. Calculer et comparer les amplitudes et les sections efficaces pour les processus suivants: e^-e^- élastique, $e^+e^- \to e^+e^-$, e^+e^+ élastique.
4. Montrer que les interactions electromagnétiques conservent l'hélicité dans la limite ultra-relativiste $E >>> m$.